Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

Р.М.Літнарович, О.Б.Грицик

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ВСТАНОВЛЕННЯ РІВНЯ ТОКСИЧНОСТІ ПРЕПАРАТІВ

Апроксимація поліномом першого степеня

Рівне, 2008

УДК 519.2: 619:615:636

Літнарович Р.М.Грицик О.Б. Дослідження математичної моделі для встановлення рівня токсичності препаратів. Апроксимація поліномом першого степеня. МЕГУ, Рівне, 2008, -57 с.

Рецензенти: В.О.Боровий, доктор технічних наук, професор
В.Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор
Є.С.Парняков, доктор технічних наук,професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

На основі результатів дослідження токсичності бороцину побудована математична модель залежності дії величини дози внутрішлункового введення і виживаємості тварин у вигляді поліному першого степеня по способу найменших квадратів.

В даній роботі приводиться теоретична база статистичної обробки результатів експерименту і розробляється методика оцінки точності на програмованих мікрокалькуляторах і персональних комп'ютерах. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів «а», «в», поліному першого степеня апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки.

Для спеціалістів і науковців, які досліджують токсичність нових препаратів, студентів і аспірантів відповідного напрямку університетів.

Зміст

Передмова ……………………………………………3
1.1.Постановка проблеми дослідження……… …… ………5
1.2.Розробка теоретичної бази досліджень …………6
1.3.Зрівноваження графічним шляхом ……………….……..9
1.4.Контроль зрівноваження ………………………….. ..10
1.5.Розробка прийомів спрощення і раціоналізації обчислювальних робіт………………………………………………..11
1.6.Обробка матеріалів при значеннях аргумента у рівних інтервалах……………………………………………… 14
1.7.Практична реалізація 1…………………………………20
2.Оцінка точності результатів при побудові математичної моделі прямолінійної залежності………………… ……...24
2.1.Практична реалізація 2…………………………………28
3.Середня квадратична похибка зрівноваженої функції прямолінійної залежності……………………………………30
3.1.Постановка задачі…………………………… ……….30
3.2.Теоретичні основи…………………………..………31
3.3. Практична реалізація 3………………………………..37
3.4.Алгоритм побудови математичної моделі на мікро-ЕОМ…..39
4. Результати комп'ютерного розрахунку………………………44
Висновки ………………..……………………………51
Література …………………… …………………………..52

Додатки……………..………………………………………53

Передмова

За результатами експериментального дослідження токсичності бороцину будується математична модель у вигляді поліному першого степеня.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати внутрішлункового введення відповідних доз бороцину (X_i) і летальність щурів ($У_i$).

За цими даними була побудована математична модель у вигляді поліному першого степеня способом найменших квадратів.

Вихідні дані взяті із діючої Інструкції по обробці результатів експериментальних досліджень. На основі розробленої в даній роботі теоретичної бази по статистичній обробці матеріалів, приводиться методика обчислень на сучасних програмованих мікрокалькуляторах і персональних комп'ютерах.

Результати порівнюються з методикою обробки даних по способу найменших квадратів, приведеній в діючій Інструкції.

Вперше дається методика розрахунку середніх квадратичних похибок апроксимуючих коефіцієнтів «а» і «в», і самої зрівноваженої функції У'.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

1.1. Постановка проблеми дослідження

Всі кількісні та якісні показники, зареєстровані в результаті досліджень токсичності речовини при одноразових та багаторазових введеннях , підлягають статистичній обробці з використанням загальноприйнятих методів.

Якщо при дослідженні на токсичність новостворених ветеринарних препаратів середньо летальної дози, що вираховуються різними методами, збігаються, тоді дослід проведено правильно, а препарат належить до відповідного класу токсичності.

Найбільш поширені на даний час методи Г.Кербера (1931), Г.Першина (1939,1950), Ж.Літчфільда та Ф.Уілкоксона шляхом пробіт-аналізу (1949) , найменших квадратів для пробіт-аналізу кривих летальності за В.Б.Прозоровським (1962), способом трьох точок за Б.М.Штабським (1980).

Методи Г.Кербера та Г.Першина швидкі у розрахунках, але вони не дають можливості вирахувати точне значення стандартної похибки і не показують межі коливань без побудови графіка. Крім цього, у кожній групі повинно бути однакове число тварин. Досить поширеним і найбільш точним є метод Ж.Літчфільда та Ф. Уілкоксона, але він громіздкий і потребує таблиць, логарифмічно-пробітної сітки та номограм. Ще один сучасний метод за В.Б.Прозоровським є також обширним і потребує таблиць і побудови графіка. Часто використовують у підрахунках сучасний і легший метод, запропонований професором Б.М.Штабським та співавторами, але він без графічних зображень.

На жаль, в приведеній Інструкції відсутня формула переводу відсотків у пробіти за К.Бліссом (1938) , а приведена таблиця абсолютно не несе інформації про точність її окремих елементів, що робить її абсолютно не можливою для використання в серйозних дослідженнях.

Відсутня формула отримання таблиці «Робочих пробіт» для ефектів, рівних 0 та 100, складену М.Л.Белєньким (1960) і немає даних про точність окремих елементів таблиці.

Немає формули, за якою отримана таблиця «Вагових коефіцієнтів» пробітів і відсутня інформація про точність її елементів.

Все вище сказане привело нас до думки розробити теорію і дати практичнее впровадження наукової методики обробки матеріалів експерименту.

В наш час бурхливий розвиток інформаційних технологій дає можливість не тільки розробити нову і більш ефективну методику обробки матеріалів при проведенні досліджень на токсичність шляхом побудови математичної моделі але й зробити повномасштабний статистичний аналіз точності результатів з представленням будь-якого графічного матеріалу в комп'ютерній обробці на протязі декількох хвилин.

Приведемо результати експерименту з додатку 4.4 застосування методу найменших квадратів з діючої Інструкції по встановленні рівня доз при дослідженні нових препаратів, де у чисельнику вказано число тварин, у яких спостерігалася летальність, у знаменнику- число тварин, кількість яких булла в досліді.

1.Робоча таблиця результатів досліду з препаратом бороцин (на щурах)

Доза препарату,мл/кг	50	60	70	80	90	100	110	120	130
Ефект, що спостерігався	0/6	1/6	1/6	2/6	3/6	4/6	5/6	5/6	6/6

1.2.Розробка теоретичної бази досліджень

Формула прямолінійної залежності має вигляд

$$\mathbf{y} = a + \mathbf{bx}, \qquad (1.1)$$

або, якщо $a = 0$,

$$\mathbf{y} = \mathbf{bx}. \qquad (1.2)$$

Застосуємо спосіб найменших квадратів для апроксимації рівнянням прямолінійної залежності (1.1) за двома рядами результатів експериментальних досліджень
x_i, y_i, приведених в табл. 1, де x_i приймаються величинами безпомилковими.

Необхідно так підібрати функцію

$$\varphi(x_i) = b\,x_i + a\ , \qquad (1.3)$$

щоб коефіцієнти a і b були вірогіднішими.

У відповідності з вимогою способу найменших квадратів, для цього необхідно, щоб сума квадратів відхилень отриманих значень y_i від $\varphi(x_i)$,була мінімальною

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)^2 = \min . \qquad (1.4)$$

Вирази відхилень спостережених значень y_i від $\varphi(x_i)$ в розгорнутому вигляді будуть

$$\begin{aligned} y_1 - bx_1 - a &= \varepsilon_1, \\ y_2 - bx_2 - a &= \varepsilon_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n - bx_n - a &= \varepsilon_n. \end{aligned} \qquad (1.5)$$

Отримали систему n рівнянь , які називаються початковими. Підведемо до квадрату ліві і праві частини цих рівнянь, отримаємо

$$\begin{aligned} (y_1 - bx_1 - a)^2 &= \varepsilon_1^{\,2}, \\ (y_2 - bx_2 - a)^2 &= \varepsilon_2^{\,2}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (y_n - bx_n - a)^2 &= \varepsilon_n. \end{aligned} \qquad (1.6)$$

Додавши ці рівності, отримаємо

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)^2 = \sum_{i=1}^{n}\varepsilon^2 . \qquad (1.7)$$

Щоб знайти його мінімум, необхідно взяти частинні похідні цього виразу по a і b і прирівняти їх нулю. Отримаємо два нормальних рівняння з двома невідомими

$$\frac{\partial}{\partial b}\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)^2 = 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)x_i = 0, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial a}\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)^2 = 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - b) = 0.$$

Після скорочення на 2 і зміни знака будемо мати

$$b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + a\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} y_i x_i = 0, \qquad (1.9)$$

$$b\sum_{i=1}^{n} x_i + na - \sum_{i=1}^{n} y_i = 0,$$

або, застосовуючи Гаусове позначення сум,

$$\begin{aligned} &b[x^2] + a\,[x] - [\,yx] = 0, \\ &b[x] + \ n a \ - [\,y] \ = 0. \end{aligned} \qquad (1.10)$$

Рішення цих нормальних рівнянь дає вірогідніше значення коефіцієнтів a і b

$$b = \frac{n[yx]-[x][y]}{n[x^2]-[x][x]},$$
$$a = \frac{[x^2][y]-[[yx][x]}{n[x^2]-[x][x]}. \qquad (1.11)$$

Коефіцієнт a може бути визначений із формули (1.10)

$$a = \frac{[y]}{n} - \frac{[x]}{n}. \qquad (1.12)$$

Після підстановки (1.11) в (1.1) отримаємо вірогідніше значення шуканої функції, яку завжди будемо позначати через φ(x)

$$\varphi(x) = \frac{n[yx]-[x][y]}{n[x^2]-[x][x]}x + \frac{[x^2][y]-[[yx][x]}{n[x^2]-[x][x]}. \qquad (1.13)$$

Задача рішена.

1.3. Зрівноваження графічним шляхом

Якщо в (1.13) підставити замість x середнє арифметичне його значення із ряду визначень [x]/n , то після перетворень отримаємо

$$\varphi(\frac{[x]}{n}) = \frac{[y](n[x^2]-[x][x])}{(n[x^2]-[x][x])n} = \frac{[y]}{n}. \qquad (1.14)$$

Таким чином, точка з координатами $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$ завжди лежить на шуканій прямій.

По аналогії , підставивши у (1.13) $\frac{[x^2]}{n}$ замість x, отримаємо

$$y = \frac{[xy]}{[x]}. \qquad (1.15)$$

Значить, точка з координатами $\frac{[x^2]}{[x]}, \frac{[xy]}{[x]}$ також завжди лежить на рівнянні прямої.

Таким чином, нам відомі координати двох точок, які завжди лежать на ймовірнішій прямій. Це дає можливість без обчислень коефіцієнтів a і b побудувати графік шуканої кривої, тобто виконати зрівноваження графічним шляхом. Обчислення координат першої точки $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$ ніяких труднощів не представляє. Обчислення координат другої точки $\frac{[x^2]}{[x]}, \frac{[xy]}{[x]}$ в деяких випадках може бути затрудненим. Тоді шукану пряму можна провести через першу точку $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$ таким чином, щоб ця пряма розмістилася як можна ближче до всіх експериментальних точок, нанесених попередньо на графік.

1.4. Контроль зрівноваження

Підставимо в отримане ймовірніше рівняння

$$\varphi(x_i) = b\,x_i + a \qquad (1.15)$$

визначені значення аргумента $x_1, x_2, ..., x_n$, будемо мати ймовірніше значення функції $\varphi(x_i)$, відмінні від результатів визначень на невеликі величини

$$
\begin{aligned}
&bx_1 + a - y_1 = \varepsilon_1,\\
&bx_2 + a - y_2 = \varepsilon_2,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&bx_n + a - y_n = \varepsilon_n.
\end{aligned}
\qquad (1.16)
$$

Підведемо до квадрату праві і ліві частини рівностей (1.16) і додамо їх

$$
\begin{aligned}
&b^2[x^2] + na^2 + [y^2] + 2ab[x] - 2b[yx] - 2a[y] =\\
&b(b[x^2] + a[x] - [yx]) + a(b[x] + na - [y]) + [y^2] - \qquad (1.17)\\
&b[yx] - a[y] = [\varepsilon\varepsilon].
\end{aligned}
$$

Звідси, на основі (1.1)

$$[y^2] - b[yx] - a[y] = [\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.18)$$

Рівняння (1.18) являється контрольним і служить для перевірки всіх обчислень процедури зрівноваження, включаючи і складання нормальних рівнянь.

Другим контрольним рівнянням для даного випадку буде друге нормальне рівняння

$$b[x] + na - [y] = [\varepsilon] = 0. \qquad (1.19)$$

За допомогою (1.19) контролюється тільки правильність рішення нормальних рівнянь.

Рішення задачі при прямолінійній залежності не являється складним. Але все ж при великому числі визначень n і великих значеннях x і y обчислювальні роботи можуть бути громіздкими.

1.5. Розробка прийомів спрощення і раціоналізації обчислювальних робіт

Одним із ефективних прийомів раціоналізації обробки матеріалів є метод перетворення координат за допомогою паралельного переміщення координатної сітки до суміщення початку координат з точкою $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$.

Зв’язок між новими і старими координатами виражається формулами

$$
\begin{aligned}
x_i^{'} &= x_i - \frac{[x]}{n},\\
y_i^{'} &= y_i - \frac{[y]}{n}.
\end{aligned}
\qquad (1.20)
$$

При такому перетворенні будемо мати

$$
\begin{aligned}
&[x^{'}] = [y^{'}] = 0,\\
&[y^{'}x^{'}] = [yx] - \frac{[y][x]}{n}, \qquad (1.21)\\
&[x^{'2}] = [x^2] - \frac{[x][x]}{n}.
\end{aligned}
$$

Це витікає із (1.19). Звідси

$$b^{'} = \frac{[x^{'}][y^{'}]}{[x^{'2}]}\ , \qquad (1.22)$$

$$a' = 0\,, \qquad (1.23)$$

$$y' = b'x'\,. \qquad (1.24)$$

Легко доказати що

$$
\begin{aligned}
b &= b',\\
a &= \frac{[y]}{n} - b'\frac{[x]}{n}.
\end{aligned}
\qquad (1.25)
$$

Для цього (1.21) підставимо у (1.24)

$$y - \frac{[y]}{n} = \frac{n[yx] - [x][y]}{n[x^2] - [x][x]}\left(x - \frac{[x]}{n}\right).$$

Після перегрупування отримаємо

$$y = b'x + \frac{[y]}{n} - b'\frac{[x]}{n}. \qquad (1.26)$$

Порівнюючи коефіцієнти при однакових степенях рівнянь (1.15) і (1.26), бачимо, що

$$
\begin{aligned}
b &= b',\\
a &= \frac{[y]}{n} - b'\frac{[x]}{n}.
\end{aligned}
\qquad (1.27)
$$

На практиці у зв'язку із заокругленням сум $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$, суми $[y'],[x']$ не дорівнюють точно нулям, а бувають малими величинами, якими, як правило, можна нехтувати і користуватися формулами (1.22) і (1.25). В рідких випадках необхідно вводити в обчислення величини $[y'],[x']$.

Контрольна формула буде мати вигляд

$$[y^2]-([y'x']+\frac{[y][x]}{n})b-[y]a=[\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.28)$$

Другий метод, який веде до спрощення обчислень , заключається в тому , що розраховують за способом найменших квадратів поправки до наближених значень коефіцієнтів a_1 i b_1.

Наближене значення коефіцієнта обчислюють по двом експериментальним точкам , далеко розташованим одна від другої

$$b_1=\frac{y_i-y_p}{x_i-x_p}. \qquad (1.29)$$

Наближене значення вільного члена визначають за формулою

$$a_1=\frac{[y]}{n}-b_1\frac{[x]}{n}. \qquad (1.30)$$

Наближене рівняння буде

$$y'=xb_1+a_1. \qquad (1.31)$$

Віднімаючи (1.31) із (1.15) , отримаємо

$$y-y'=x(b-b_1)+a-a_1$$

або

$$\delta y=x\delta b+a. \qquad (1.32)$$

Підстановка визначених значень y_i, x_i у (1.32) приводить до системи n рівнянь

$$\begin{aligned}\delta y_1&=x_1\delta b+a.,\\ \delta y_2&=x_2\delta b+a,\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \delta y_n&=x_n\delta b+a.\end{aligned} \qquad (1.33)$$

При цьому невідомими являються поправки $\delta a;\delta b$, які необхідно визначити за способом найменших квадратів.

Діючи аналогічно приведеному вище, отримаємо два нормальні рівняння

$$\begin{aligned}\delta b[x^2]+\delta a[x]-[x\delta y]&=0,\\ \delta b[x]+n\delta a-[\delta y]&=0,\end{aligned} \qquad (1.34)$$

рішення яких дає

$$\begin{aligned}\delta b&=\frac{n[x\delta y]-[x][y]}{n[x^2]-[x][x]},\\ \delta a&=\frac{[x^2][\delta y]-[x\delta y][x]}{n[x^2]-[x][x]}.\end{aligned} \qquad (1.35)$$

Поправку δa можна обчислити також за формулою

$$\delta a=\frac{[\delta y]}{n}-\delta b\frac{[x]}{n}. \qquad (1.36)$$

Коефіцієнти a і b знаходяться за формулами

$$\begin{aligned}b&=b_1+\delta b,\\ a&=a_1+\delta a.\end{aligned} \qquad (1.37)$$

Правильність обчислення a і b контролюється формулою

$$[(\delta b)^2-\delta b[x\delta y]-\delta a[\delta y]=[\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.39)$$

1.6. Обробка матеріалів при значеннях аргумента у рівних інтервалах

Розглянемо випадок, коли значення аргумента даються через рівні інтервали. При цьому вирази для сум , які входять у склад формул для визначення a і b , будуть

$$[x] = nx_1 + \chi \frac{n(n-1)}{2},$$

$$[x^2] = nx_1^2 + 2x_1\chi \frac{n(n-1)}{2} + \chi^2 \frac{n(n-1\}(2n-1)}{6}, \quad (1.40)$$

$$[xy] = x_1[y] + \chi[(k-1)y_k],$$

де n- число пар визначень x і y ,χ- значення інтервалу , через який дається аргумент.

Підстановка значень цих сум у (1.11) дає

$$b = 12\frac{[(k-1)y_k] - \frac{n-1}{2}[y]}{\chi n(n-1)(n+1)},$$

$$a = 12\frac{\frac{n-1}{2}[y](x_1 + \chi\frac{2n-1}{3}) - [(k-1)y_k](x_1 + \chi\frac{n-1}{2})}{\chi nn(n-1)(n+1)}, \quad (1.41)$$

або

$$a = \frac{[y]}{n} - b\frac{[x]}{n}.$$

Контрольна формула має вигляд

$$[y^2] - b(x_1[y] + \chi[(k-1)y_k]) - a[y] = [\varepsilon\varepsilon]. \quad (1.42)$$

Формули (1.41) можна виразити за допомогою **кінцевих різниць**. Для цього представимо визначені значення функції y_i через кінцеві різниці

$$y_i = y_1 + \Delta y_1 + \Delta y_2 + \ldots + \Delta y_{i-1}. \quad (1.43)$$

Виконавши построчне додавання рівностей (1.43), отримаємо

$$[y] = ny_1 + (n-1)\Delta y_1 + (n-2)\Delta y_2 + \ldots + \Delta y_{n-1},$$

або в загальному випадку

$$[y] = ny_1 + [(n-k)\Delta y_k], \quad (1.44)$$

де значення k змінюється від 1 до n-1.

Аналогічним чином визначається і сума

$$[xy] = nx_1y_1 + x_1\{(n-1)\Delta y_1 + \ldots + n\Delta y_{n-1}\} +$$
$$y_1\chi\frac{n(n-1)}{2} + \chi\{\frac{n(n-1)}{2}\Delta y_1 + \frac{(n+1)(n-2)}{2}\Delta y_2 + \ldots$$
$$+ (n-1)\Delta y_{n-1}\},$$

або в загальному випадку

$$[xy] = nx_1y_1 + x_1[(n-k)\Delta y_k] + y_1\chi\frac{n(n-1)}{2} + \chi\frac{[(n+k-1)(n-k)\Delta y_k]}{2}. \quad (1.45)$$

Підставляючи у (1.11) значення сум відповідно із (1.40), (1.44) і (1.45) , будемо мати значення шуканих коефіцієнтів , виражених через кінцеві різниці

$$b = 6\frac{[k(n-k)\Delta y_k]}{\chi n(n-1)(n+1)},$$

$$a = y + \frac{[(n-k)\Delta y_k]}{n} - \frac{3[k(n-k)\Delta y_k]\{\chi(n-1) + 2y_1]}{\chi n(n-1)(n+1)}. \quad (1.46)$$

Для обчислення a можна, також, використати формулу

$$a = \frac{[y]}{n} - b\frac{[x]}{n}. \quad (1.47)$$

Для контролю обчислень застосовується формула

$$[y^2] - b(nx_1y_1) + x_1[(n-k)\Delta y_k] + y_1\chi\frac{n(n-1)}{2} + \chi\frac{[(n+k-1)(n-k)\Delta y_k]}{2}) - a[y] = [\varepsilon\varepsilon]. \quad (1.48)$$

В тому випадку, коли значення y_i достатньо великі, суму $[y^2]$ можна для полегшення обчислювальної роботи виразити через кінцеві різниці.

$$[y^2] = ny^2 + [(n-k)\Delta y_k^2] + 2y_1[(n-k)\Delta y_k] + 2[\Delta y_i[\Delta y_j(n-j)]], \qquad (1.49)$$

де k змінюється від1 до n-1 , i – від 1 до n-2,а значення j змінюється від +1 до n-1.

Шукане рівняння буде

$$\varphi(x) = bx + a. \qquad (1.50)$$

Розглянемо ще випадок **визначення поправок** до коефіцієнтів a_1, b_1.

Для зрівноважу вальних обчислень по цьому способу скористаємося формулами (1.41), замінивши в них a, b, y відповідно на $\delta a, \delta b, \delta y$

$$\delta b = 12\frac{[(k-1)\delta y_k] - \frac{n-1}{2}[\delta y]}{\chi n(n-1)(n+1)}, \qquad (1.51)$$

$$\delta a = \frac{[\delta y]}{n} - \delta b\frac{[x]}{n}.$$

Коефіцієнти a, b розраховуються за формулами

$$b = b_1 + \delta b, \quad a = a_1 + \delta a. \qquad (1.52)$$

Контрольна формула має вигляд

$$[y^2] - b\{y_1[\delta y] + \chi\frac{n(n-1)}{2}(b_1x_1 + a_1) + b_1\chi^2\frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + \chi[(k-1)\delta y_k]\} - a[y] = [\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.53)$$

Шукане рівняння буде

$$\varphi(x) = (b_1 + \delta b)x + (a_1 + \delta a). \qquad (1.54)$$

У педагогіці і психології великим поширенням користується формула

$$\mathbf{y = bx,} \qquad (1.55)$$

яка є частковим випадком повної формули (1.1) коли коефіцієнт a дорівнює нулю. За допомогою цієї формули

виражається залежність між рядом величин , досліджу-ваних у педагогіці і психології.

Пряма (1.55) проходить через початок координатної системи. Для визначення коефіцієнта b маємо одне нор-
мальне рівняння

$$[yx] - b[x^2] = 0. \qquad (1.56)$$

Звідси

$$b = \frac{[yx]}{[x^2]}. \qquad (1.57)$$

Зрівноважене рівняння має вигляд

$$\varphi(x) = \frac{[yx]}{[x^2]}x. \qquad (1.58)$$

Правильність обчислень контролюється за допомогою формули

$$[y^2] - b[yx] = [\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.59)$$

Замітимо, що пряма (1.58) проходить через точки $(0,0)$, $((\frac{[x^2]}{[x]}; \frac{[yx]}{[x]}), ([x^2];[yx])$ і не може бути нанесена на координатну сітку без обчислення коефіцієнта b , хоча обчислення його і є достатньо простим.

При рівновідстоячих значеннях аргумента коефіцієнт b визначається формулою

$$b = \frac{x_1[y] + \chi[(k-1)y_k]}{nx_1 + 2x_1\chi\frac{n(n-1)}{2} + \chi^2\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}}. \qquad (1.60)$$

Контрольна формула має вигляд

$$[y^2] - (x_1[y] + \chi\{(k-1)y_k])b = [\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.61)$$

Через кінцеві різниці формула (1.57) виражається слідуючим чином

$$a = \frac{(x_1 + \chi\frac{n-1}{2})([(n-k)\Delta y_k] + ny_1) + \chi\frac{[k(n-k)\Delta y_k]}{2}}{nx_1^2 + x_1\chi n(n-1) + \chi^2\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}}. \qquad (1.62)$$

Обчислення контролюються формулою

$$[y^2]-\{(x_1+\chi\frac{n-1}{2})([n-k)\Delta y_k]+ny_1)+ \chi\frac{[k(n-k)\Delta y_k}{2}\}b=[\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.63)$$

Спрощений метод обчислень , який знайшов собі значне використання , полягає у перетворенні рівняння (1.49) до виду

$$q=b \qquad (1.64)$$

шляхом ділення правої і лівої частин його на x, де

$$q=\frac{y}{x}.$$

Підставляючи у рівняння (1.64) результати визначень , отримаємо **систему початкових рівнянь**

$$b-\frac{y_i}{x_i}=\eta_i. \qquad (1.65)$$

Із цієї системи рівнянь утворюємо, з врахуванням вимог способу найменших квадратів, одне **нормальне рівняння**

$$nb=[\frac{y}{x}]=[q], \qquad (1.66)$$

із якого і визначається коефіцієнт b

$$b=\frac{[\frac{y}{x}]}{n}=\frac{[q]}{n}. \qquad (1.67)$$

Проміжний контроль виконується за допомогою рівності

$$[q^2]-b[q]=[\eta\eta]. \qquad (1.68)$$

Для **заключного контролю** служить формула

$$b(b[y^2]-2[qx^2])+[x^2q^2]=[\eta\eta xx]. \qquad (1.69)$$

Необхідно слідкувати за тим, щоб використання цього прийому не вело до пониження точності визначення кінцевих результатів.

1.7. Практична реалізація 1

Практичну реалізацію теоретичних викладок необхідно виконувати за допомогою обчислювальної таблиці.

Обчислювальна таблиця- це алгоритм розрахунку за допомогою будь-яких обчислювальних засобів від простого мікрокалькулятора, програмованого мікрокалькулятора або персонального комп'ютера.

Обчислювальну таблицю доцільно привести у вигляді плаката при публічному захисті результатів досліджень. Крім того, вона є контрольним прикладом при складанні програми на ЕОМ.

Таблиця 1.4. Обчислювальна таблиця

i	x_i [Дози ,мл/кг]	y_i [Летальність,%]	$x_i y_i$	x_i^2
1	50	0,0	0,0	2500
2	60	16,7	1002	3600
3	70	16,7	1169	4900
4	80	33,3	2664	6400
5	90	50,0	4500	8100
6	100	66,6	6660	10000
7	110	83,3	9163	12100
8	120	83,3	9996	14400
9	130	100,0	13000	16900
n=9	∑810	∑449,9	∑48154	∑78900

i	y_i^2	$y_i' =$ -64.96+1.28x	$\varepsilon = y' - y$	$\varepsilon\varepsilon$
1	0,0	-1.097	-1.097	1.2034
2	278,89	11.673	-5.027	25.2707

3	278,89	24.445	7.755	60.1400
4	1108,89	37.217	3.917	15.3428
5	2500,0	49.988	-0.012	0.0001
6	4435,56	62.760	-3.840	14.7456
7	6938,89	75.532	-7.768	60.3418
8	6938,89	88.303	5.003	25.0300
9	10000,0	101.075	1.075	1.1556
n=9	Σ32480,01	Σ449.896	Σ0.006	Σ203.23

Спочатку розраховується **коефіцієнт кореляції r**,який є показником тісноти зв'язку між **факторними x** і **результуючими y** ознаками за формулою

$$r^2 = \frac{([xy] - \frac{1}{n}[x][y])^2}{([x^2] - \frac{1}{n}[x]^2)([y^2] - \frac{1}{n}[y]^2}. \qquad (1.70)$$

За законом Чеддока , якщо :

1) r = 0.1-0.3 , то зв'язок між ознаками (x,y) слабкий;
2) r = 0.5-0.7 , то зв'язок помірний;
3) r = 0.7-0.9 , зв'язок високий;
4) r = 0.9-0.99, зв'язок надто високий.

Позначимо

$$[xy] - \frac{1}{n}[x][y] = A, \qquad (1.71)$$

$$[x^2] - \frac{1}{n}[x]^2 = B. \qquad (1.72)$$

$$[y^2] - \frac{1}{n}[y]^2 = C.$$

Тоді, формула (1.70) буде

$$r^2 = \frac{A^2}{BC},$$

або

$$r = \frac{A}{\sqrt{BC}}. \qquad (1,73)$$

І в нашому випадку

$$A = 48154 - 810 * 449,9/9 = 7663,00,$$

$$B = 78900 - 810^2/9 = 6000,00,$$

$$C = 32480 - 449,9^2/9 = 9989.998889,$$

$$r = \frac{7663.00}{\sqrt{6000,00 * 9989.998889}} = 0,989784117.$$

Таким чином, коефіцієнт кореляції r буде r = 0.989, що говорить про надто високий зв'язок між факторними і результуючими ознаками і дає нам право встановити цей зв'язок у вигляді **емпіричної формули** прямолінійного зв'язку. Максимальну кількість знаків ми зберегли не для того , щоб знати коефіцієнт кореляції з більшою точністю, а для того щоб порівняти результати ручного розрахунку з результатами розрахунку по програмі.

Розрахуємо коефіцієнт b за формулою

$$b = \frac{[xy] - \frac{1}{n}[x][y]}{[x^2] - \frac{1}{n}[x]^2}, \qquad (1.74)$$

або, з врахуванням наших позначень

$$b = \frac{A}{B}. \qquad (1.75)$$

В нашому випадку

$$b = \frac{7663}{6000} = 1,277166667.$$

Коефіцієнт a

$$a = \frac{1}{n}([y] - b[x]), \qquad (1.76)$$

І в нашому випадку

$$a = (449{,}9 - 1{,}277166667 * 810) / 9 = -64{,}95611114.$$

Таким чином, на основі проведених досліджень нами встановлена **емпірична формула** впливу дози препарату **x** на досягнення ефекту **y**

y' = a+bx= - 64.95611114 +1.277166667x. (1.77)

Проведемо контроль зрівноваження за формулою (1.18)

$$[y^2] - b[yx] - a[y] = [\varepsilon\varepsilon].$$

В нашому випадку

32480.01- 1.27717*48154-(-64.95611*449.9)=202.9

У таблиці 1 $[\varepsilon\varepsilon]$=203.23. Різницю (202.92-203.23)= -0.31 можемо віднести на рахунок похибок заокруглень.

Контроль за формулою (1.19)

1.27717*810+9*(-64.95611)-449.9=0.0027.

Проведемо оцінку точності отриманих результатів.

Середня квадратична похибка одиниці ваги m

$$m = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-k}}, \qquad (1.78)$$

Де n-число пар спостережень; k-число початкових рівнянь.

У нашому випадку

$$m = \sqrt{\frac{203{,}23}{9-2}} = 5{,}388\,.$$

Таким чином, в результаті проведеної обробки матеріалів по встановленні токсичності бороцину нами:

1. Отримана емпірична формула впливу дози препарату Х на ефект летальності У

y' =a+bx= - 64,95611111 + 1,277166667x.

2. Отримана точка перетину лінії регресії a **=-64.956** з віссю у.

3. Отримана точка перетину лінії регресії з віссю у

b'= - (a/b) = - (-64.956/1.277)= 50.866.

4. Розрахунковий нахил лінії регресії

b=1,277,

тобто

arc tg (1.277) = 51.94^o.

4. Одержаний коефіцієнт кореляції **r =0.99** говорить про надто високий зв'язок між факторною і результативною ознакою.

5. Точність визначення ефекту летальності в залежності від дози бороцину і за отриманою формулою складає m=5.388 %.

2. Оцінка точності результатів при побудові математичної моделі прямолінійної залежності

Коефіцієнти a_i,визначені за способом найменших квадратів, являються функціями визначених в результаті досліджень дози токсичності експериментальних величин $y_1, y_2, ..., y_n$.

Тому середня квадратична похибка будь-якого коефіці-єнта a_i визначається за формулою

$$m_y^2 = (\frac{\partial f}{\partial x_1})^2 m_{x_1}^2 + (\frac{\partial f}{\partial x_2})^2 m_{x_2}^2 + ... + (\frac{\partial f}{\partial x_n})^2 m_{x_n}^2, \qquad (2.1)$$

тобто, квадрат середньої квадратичної похибки декількох незалежних змінних дорівнює сумі добутків квадратів частинних похідних по кожному аргументу на квадрати середніх квадратичних похибок відповідних аргументів.

Це правило справедливе для таких умов, коли частинні похідні аргументів можна вважати практично постійними в межах зміни аргументів від x_i до $x_i + \Delta x_i$.

Формула (2.1) являється загальною і дає можливість визначити середню квадратичну похибку функції будь-якого виду.

І в нашому випадку

$$m_{a_i}^2 = [(\frac{\partial a}{\partial y_k})^2 m_{y_k}^2 \ ], \qquad (2.2)$$

де m_{yk} - середня квадратична похибка результатів експерименту , яка визначається за формулою

$$m = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-k}}, \qquad (2.3)$$

враховуючи, що $m_{y_1} = m_{y_2} = ... = m_{y_n}$, то значок k в символі m_{y_k} можна опустити і винести символ за знак суми

$$m_{a_i}^2 = [(\frac{\partial a}{\partial y})^2 m_y^2 \ ], . \qquad (2.4)$$

При цьому $\frac{\partial a_i}{\partial y_k}$ є частинна похідна виразу коефіцієнта a_i по визначеному значенню функції y_k.

На основі формули (2.4) , визначимо середні квадратичні похибки коефіцієнтів a_i, b в прямолінійній залежності.

Розгортуючи чисельник кожного виразу

$$\begin{aligned} &[x^\circ x^\circ \cdot 1]a_3 + [xx^\circ \cdot 1]a_2 - [x^\circ y] = 0, \\ &[x^\circ x^\circ \cdot 1]a_3 + [xx \cdot 1]a_2 - [xy] = 0 \end{aligned} \quad , \qquad (2.5)$$

який ми отримали із рішення нормальних рівнянь по схемі Гауса, будемо мати

$$b = y_1 \frac{nx_1 - [x]}{n[x^2] - [x][x]} + y_2 \frac{nx_2 - [x]}{n[x^2] - [x][x]} + ... + y_n \frac{nx_n - [x]}{n[x^2] - [x][x]},$$

$$a = y_1 \frac{[x^2] - x_1[x]}{n[x^2] - [x][x]} + y_2 \frac{[x^2] - x_2[x]}{n[x^2] - [x][x]} + ... + y_n \frac{[x^2] - x_n[x]}{n[x^2] - [x][x]}. \qquad (2.6)$$

Частинні похідні цих виразів по y_i будуть

$$\begin{aligned} \frac{\partial b}{\partial y} &= \frac{nx_1 - [x]}{n[x^2] - [x][x]} + \frac{nx_2 - [x]}{n[x^2] - [x][x]} + ... + \frac{nx_n - [x]}{n[x^2] - [x][x]}, \\ \frac{\partial a}{\partial y} &= \frac{[x^2] - x_1[x]}{n[x^2] - [x][x]} + \frac{[x^2] - x_2[x]}{n[x^2] - [x][x]} + ... + \frac{[x^2] - x_n[x]}{n[x^2] - [x][x]}. \end{aligned} \qquad (2.7)$$

Після підведення до квадрату, додавання і приведення подібних членів, отримаємо

$$\begin{aligned} [(\frac{\partial b}{\partial y})^2] &= \frac{n^2[x^2] - n[x][x]}{(n[x^2] - [x][x])^2} = \frac{n}{n[x^2] - [x][x]}, \\ [(\frac{\partial a}{\partial y})^2] &= \frac{n[x^2][x^2] - [x^2][x][x]}{(n[x^2] - [x][x])^2} = \frac{[x^2]}{n[x^2] - [x][x]}. \end{aligned} \qquad (2.8)$$

Розглядаючи отримані вирази, замітимо, що вони являються коефіцієнтами при вільних членах $[yx],[y]$ нормальних рівнянь (1.10) у виразах (1.11) відповідних невідомих a, b.

Вказана закономірність характерна для поліному будь-якого степеня . Це дає можливість в процесі обчислення коефіцієнтів отримати суму квадратів частинних похідних кожного шуканого невідомого. Вона дорівнює коефіцієнту у виразі шуканого невідомого a_i при вільному члені $[x^k y]$, взятому із того нормального рівняння, яке отримується шляхом диференціювання початкових рівнянь по вказаному невідомому.

Для визначення середніх квадратичних похибок коефіцієнтів підставимо вирази (2.8) у формули (2.2)

$$\begin{aligned} m_b^2 &= m_y^2 \frac{n}{n[x^2] - [x][x]} = \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2} \frac{n}{n[x^2] - [x][x]}, \\ m_a^2 &= m_y^2 \frac{[x^2]}{n[x^2] - [x][x]} = \frac{[x^2]}{n[x^2] - [x][x]} \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}, \end{aligned} \qquad (2.9)$$

або

$$m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n - 2}} \frac{n}{n[x^2] - [x][x]}},$$
$$m_a = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n - 2}} \frac{[x^2]}{n[x^2] - [x][x]}}. \qquad (2.10)$$

По цим же формулам визначаються середні квадратичні похибки коефіцієнтів $a, b.$, обчислених за допомогою зрівноваження поправок $\delta a, \delta b$ (формули 1.35 і 1.37).

Якщо обчислення коефіцієнтів було виконано за формулами (1.22),(1.24) і (1.25), то формули їх середніх квадратичних похибок утворюються шляхом заміни в (2.10) суми $[x^2]$ сумою $[x'^2] - \frac{[x][x]}{n}$

$$m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n - 2}} \frac{1}{[x'^2]}},$$
$$m_a = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n(n - 2)}} \frac{n[x'^2] - \frac{[x][x]}{n}}{n[x'^2]}}. \qquad (2.11)$$

Формули для випадку рівновідстоячих значень аргументу отримують заміною у (2.10) сум $[x'^2], [x']$
Їх значеннями із (1.40)

$$m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n - 2}} \frac{12}{\chi^2 n(n-1)(n+1)}},$$
$$m_a = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n(n - 2)}} \left(1 + \frac{12(x_1 + \chi \frac{n-1}{2})^2}{\chi^2 (n-1)(n+1)}\right)}. \qquad (2.12)$$

По цим же формулам визначають середні квадратичні похибки коефіцієнтів $a, b.$ для випадку користування кінцевими різницями або поправками до наближених значень шуканих коефіцієнтів при рівновіддалених значеннях аргумента.

В частковому випадку прямолінійної залежності (1.55)

формула середньої квадратичної похибки коефіцієнта

$$m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n - 2}} \frac{1}{[x^2]}}, \qquad (2.13)$$

При рівновідстоячих значеннях аргумента формула приймає вигляд

$$m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n(n - 1)}} \frac{1}{x_1^2 + x_1 \chi (n-1) \chi^2 \frac{(n-1)(2n-1)}{6}}}. \qquad (2.14)$$

2.1. Практична реалізація 2

Необхідно виконати оцінку точності визначених коефіцієнтів $a, b.$ у попередній роботі.

Оцінку точності будемо виконувати за формулами (2.10)

$$m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n - 2}} \frac{n}{n[x^2] - [x][x]}},$$
$$m_a = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{\text{n - 2}} \frac{[x^2]}{n[x^2] - [x][x]}}. \qquad (2.10)$$

для функції

$$y = a + bx = -64{,}956 + 1{,}277x.$$

В загальному вигляді формули середніх квадратичних похибок зрівноважених по способу найменших квадратів коефіцієнтів $a, b.$ розраховуються за формулами

$$m_b = m\sqrt{\frac{1}{p_b}} = \frac{m}{\sqrt{p_b}},$$

$$m_b = m\sqrt{\frac{1}{p_b}} = \frac{m}{\sqrt{p_b}},$$

де m- середня квадратична похибка одиниці ваги, розрахована за формулою (1.78)

$$m = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-k}},$$

де n- число пар x і y , k-число початкових рівнянь.

Вага p_b коефіцієнта b розраховується за формулою

$$p_b = \frac{n[x^2]-[x][x]}{n} = B,$$

Приймаючи до уваги, що

$$\frac{n[x^2]-[x][x]}{1} = nB, 3.$$

вага p_a коефіцієнта a розраховується за формулою

$$p_a = \frac{n[x^2]-[x][x]}{[x^2]} = \frac{nB}{[x^2]}.$$

І в нашому випадку

$$p_b = 6000,$$

$$p_a = \frac{9*6000}{78900} = 0{,}684.$$

При цьому

$$m = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-k}} = \sqrt{\frac{203{,}23}{9-2}} = 5{,}388,$$

$$m_b = \frac{m}{\sqrt{p_b}} = \frac{5{,}388}{\sqrt{6000}} = 0{,}0696$$

$$m_a = \frac{m}{\sqrt{p_a}} = \frac{5{,}388}{\sqrt{0{,}684}} = 6.515.$$

При цьому необхідно пам’ятати , що вага передостаннього невідомого в схемі Гауса так відноситься до суми коефіцієнтів при цьому невідомому, як вага останнього невідомого відноситься до суми коефіцієнтів при цьому невідомому без останнього складового.

3. Середня квадратична похибка зрівноваженої функції прямолінійної залежності

3.1. Постановка задачі

В п.2 були виведені формули для підрахунку середніх квадратичних похибок коефіцієнтів, які входять у формули залежності між досліджуваними факторами при встановлені токсичності препаратів. Ці формули дають можливість виконати оцінку точності окремих елементів залежності.

Але дуже важливо знати похибку визначення кінцевого результату дослідження, тобто похибку експериментальної функції.

Знання похибок зрівноваженої функції, як в межах інтервалу спостережень, так і зовні його, дає можливість обмежити використання функції в межах тих значень аргументу, при яких помилковість її не перевищує заданої величини.

Крім того, це дозволяє виконати порівняльний аналіз отриманих результатів, виходячи із застосування різних формул, і вибрати найбільш підходящу формулу.

3.2. Теоретичні основи

Зрівноважене значення функції дається формулою

$$\varphi(x) = bx + a \; . \qquad (3.1)$$

Середня квадратична похибка цього виразу у відповідності з (2.1.)

$$m_\varphi = \sqrt{m_y{}^2\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_n}\right)^2\right\}} =$$

$$= \sqrt{m_y{}^2\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)\right]^2} \; . \qquad (3,2)$$

Але

$$\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right] = \left[\left(\frac{\partial b}{\partial y}\right)^2\right]y^2 + 2\left[\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial a}{\partial y}\right]y + \left[\left(\frac{\partial a}{\partial y}\right)^2\right] \; . \qquad (3.3)$$

Підстановка (3.3) в (3.2) дає

$$m_\varphi = \sqrt{m_b{}^2 x^2 + m_a{}^2 + 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\left[\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial a}{\partial y}\right]x} \; . \qquad (3.4)$$

Для того, щоб розкрити вираз $\left[\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial a}{\partial y}\right]$, візьмемо частинні похідні $\frac{\partial b}{\partial y} i \frac{\partial a}{\partial y}$ із (1.11) і перемножимо їх

$$\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial a}{\partial y} = \frac{nxi - [x]}{n[x^2] - [x][x]}\cdot\frac{[x^2] - [x]xi}{n[x^2] - [x][x]} \; ,$$

або

$$\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial a}{\partial y} = \frac{nxi\,[x^2] - nx^2[x] - [x][x^2] + xi\,[x][x]}{(n[x^2] - [x][x])^2} \; .$$

Після додавання і скорочення отримаємо

$$\left[\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial a}{\partial y} = -\frac{[y]}{n[x^2] - [x][x]}\right]. \qquad (3.5)$$

Таким чином, кінцевий вираз середньої квадратичної похибки лінійної зрівноваженої функції буде

$$m_\varphi = \sqrt{m_b{}^2 x^2 + m_a{}^2 - 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\cdot\frac{[x]}{[x^2] - [x][x]}x\cdot} \; . \qquad (3.6)$$

При підстановці $x` = x - \frac{[x]}{n}$ формула перетворюється

$$m_\varphi = \sqrt{m^2 x^2 + m_a{}^2 - 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\cdot\frac{[x]}{[x`^2]}x} \; . \qquad (3.7)$$

А при рівновідстоячих значеннях аргумента

$$m_\varphi = \sqrt{m_b{}^2 x^2 + m_a{}^2 - 24\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\cdot\frac{x_1 + x\frac{n-1}{2}}{xn(n-1)(n+1)}}. \quad (3.8)$$

Представимо формулу (3.6) у розгорнутому вигляді, підставивши в неї m_a і m_b із (2.9)

$$m_\varphi = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\cdot\frac{n[x^2]-2[x][x]+[x^2]}{n[x2]-[x][x]}} \quad . \qquad (3.9)$$

Перетворимо підкореневий вираз, додавши до чисельника вираз

$$m_\varphi = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\left\{n\left(\frac{x^2 - 2\frac{[x]}{n}x + \frac{[x][x]}{n^2}}{n[x^2]-[x][x]}\right)+\frac{1}{n}\right\}},$$

або

$$m_\varphi = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\left\{\frac{n\left(x-\frac{[x]}{n}\right)^2}{n[x^2]-[x][x]}+\frac{1}{n}\right\}} \quad . \qquad (3.10)$$

Приймаючи до уваги, що вага арифметичної середини дорівнює n, а середня квадратична похибка арифметичної середини $\frac{[y]}{n}$ буде

$$m_{\frac{[y]}{n}} = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\cdot\frac{1}{n}}. \qquad (3.11)$$

Це дасть змогу перетворити (3.10) з врахуванням (2.9) слідуючим чином

$$my = \sqrt{m_b{}^2\left(x-\frac{[x]}{n}\right)^2 + m_{\frac{[y]}{n}}{}^2} . \qquad (3.12)$$

За формулою (3.12) підраховується середня квадратична похибка зрівноваженої функції для всіх випадків повного рівняння прямої. Із формули видно, що середня квадратична похибка функції, зрівноваженої за способом найменших квадратів, при прямолінійній залежності досягає найменшого значення в точці з абсцисою $\frac{[y]}{n}$, тобто в середній точці інтервалу експериментальних визначень.

В обидві сторони від середини інтервалу похибка функції зростає.

Формула (3.12) дає можливість обмежити використання зрівноваженої функції таким інтервалом, в межах якого її середня квадратична похибка не перевищує заданого наперед значення.

Зона розсіювання зрівноваженої функції обмежується кривими

$$\varphi(y) = bx + a \pm \sqrt{m_b{}^2\left(x-\frac{[x]}{n}\right)^2 + m^2_{\frac{[y]}{n}}} . \qquad (3.13)$$

які проходять через точки

$$\left(x = \frac{[x]}{n}; y = \frac{y_n}{n} \pm \sqrt{\frac{[EE]}{n(n-2)}}\right). \qquad (3.14)$$

Дотичні до цих кривих у вказаних точках проходять під кутом до осі абсцис (рис.3.1).

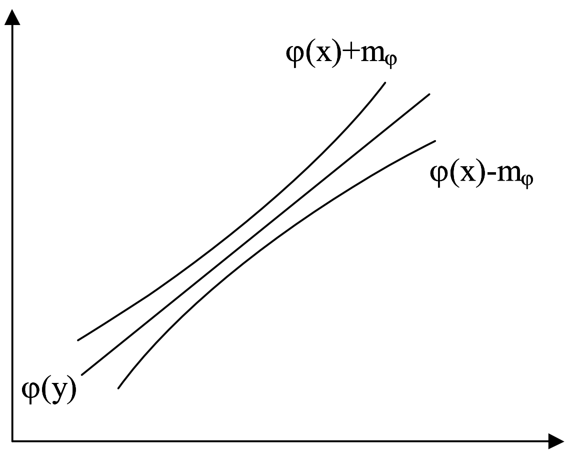


Рис.3.1. Зона розсіювання функції $\varphi(x) = bx + a$

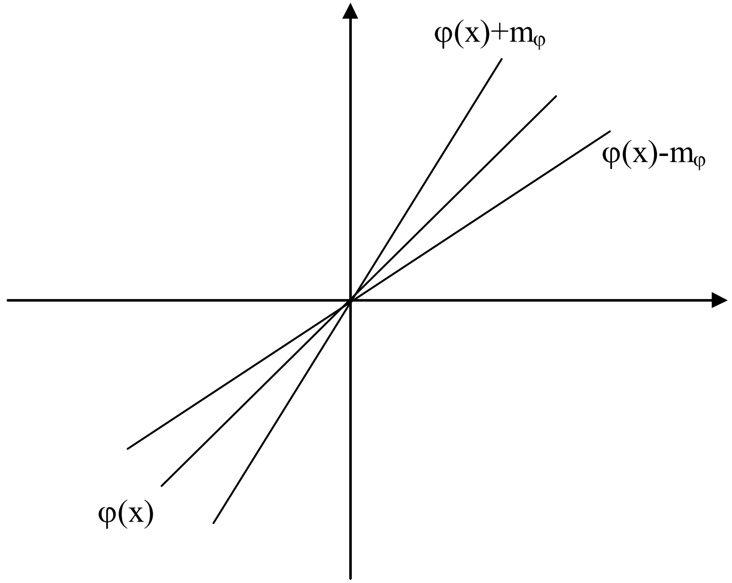


Рис. 3.2. Зона розсіювання функції $\varphi(x) = bx$

Значення аргумента, який відповідає наперед заданому значенню середньої квадратичної похибки, визначається за формулою

$$x = \frac{1}{m_b}\sqrt{m_\varphi^2 - m_{\frac{[Y]}{n}}^{2}} + \frac{[x]}{n} \quad . \qquad (3.15)$$

Для неповного рівняння прямої (1.58)

$$\varphi(x) = \frac{[yx]}{[x^2]} = bx . \qquad (3.16)$$

Середня квадратична похибка зрівноваженої функції виражається формулою

$$m_{\varphi} = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-1} \cdot \frac{x^2}{[x]}} = m_b x\,. \qquad (3.17)$$

Із цієї формули слідує, що середня квадратична похибка неповного рівняння прямої зростає пропорційно значенню абсциси в обидві сторони від точки (x = 0, y = o). В точці (0; 0) m_{φ} = 0. Зона розсіювання в цьому випадку обмежується двома прямими, які проходять через точку (0; 0) arctg (b ± m_b). (рис. 3.2)

3.3.Практична реалізація 3

Задача :

Підрахувати середню квадратичну похибку зрівноваженої функції y для всіх випадків повного рівняння прямої y = a + bx = **-64,596 + 1,277x**.

Рішення.

1. Підрахуємо середню квадратичну похибку арифметичної середини за формулою (3.11)

$$m_{\frac{[y]}{n}} = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2} \cdot \frac{1}{n}}\,.$$

Приймаючи до уваги, що раніше нами була підрахована середня квадратична похибка одиниці ваги за формулою

$$m = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}}\,.$$

то з врахуванням даної формули запишемо

$$m_{\frac{[y]}{n}} = \frac{m}{\sqrt{n}}\,.$$

і в нашому випадку

$$m_{\frac{[y]}{n}} = \frac{5{,}388}{\sqrt{9}} = 1{,}796\,..$$

2. Підрахуємо середню квадратичну похибку зрівноваженої функції для всіх випадків повного рівняння прямої при

m_b = 0,419, а. $my = \sqrt{m_b{}^2\left(x - \frac{[x]}{n}\right)^2 + m_{\frac{[y]}{n}}{}^2}$.

$$m_{\varphi 1} = \sqrt{0.0696^2\left(50 - \frac{810}{9}\right)^2 + 1.796^2} = 3{,}313\%,$$

$$m_{\varphi 2} = \sqrt{0.0696^2\left(60 - \frac{810}{9}\right)^2 + 1.796^2} = 2{,}754\%,$$

$$m_{\varphi 3} = \sqrt{0.0696^2\left(70 - \frac{810}{9}\right)^2 + 1.796^2} = 2{,}272\%,$$

$$m_{\varphi 4} = \sqrt{0.0696^2\left(80 - \frac{810}{9}\right)^2 + 1.796^2} = 1{,}926\%,$$

$$m_{\varphi 5} = \sqrt{0.0696^2\left(90-\frac{810}{9}\right)^2+1.796^2} = 1{,}796\%,$$

$$m_{\varphi 6} = \sqrt{0.0696^2\left(100-\frac{810}{9}\right)^2+1.796^2} = 1{,}926\%,$$

$$m_{\varphi 7} = \sqrt{0.0696^2\left(110-\frac{810}{9}\right)^2+1.796^2} = 2{,}272\%,$$

$$m_{\varphi 8} = \sqrt{0.0696^2\left(120-\frac{810}{9}\right)^2+1.796^2} = 2{,}754\%,$$

$$m_{\varphi 9} = \sqrt{0.0696^2\left(130-\frac{810}{9}\right)^2+1.796^2} = 3{,}313\%,$$

3.3.Алгоритм побудови математичної моделі на мікро-ЕОМ

Маючи результати контрольних розрахунків, в подальшому досліднику потрібно створити програму на мікро-ЕОМ , або використати існуючі програми для того, щоб обробляти великі вибірки із генеральних сукупностей для збільшення інформативності і об'єктивності власних досліджень з однієї сторони, і торування шляху для інших дослідників , які будуть прямувати в цьому напрямку.

Комп'ютерна програма Excel забезпечує ефективну підтримку для проведення регресійного аналізу – 15 функцій робочих листів, створених безпосередньо для цієї мети, а також інші можливості, включаючи інструмент аналізу «Регресія», команду меню «Правка», "Заполнить","Регрессия", побудови лінії тренду на графіках, за допомогою яких зручніше використовувати конкретні регресійні обчислення.

Крім цього, необхідно відмітити, що програмовані мікрокалькулятори для наукових розрахунків, такі як "CITIZEN SRP -350", "CITIZEN SRP -325 G", "ASSISTANT AC-3609" і інші мають "вшиті" алгоритми програм для

подібних розрахунків.

Негативною стороною подібних програм є відсутність формул, за якими вони були створені. Вони, фактично, є "чорним ящиком" для користувача.

Серйозному досліднику необхідно створити свою програму для проведення власних досліджень.

Інструкція побудови математичної моделі лінійною функцією на програмованому мікрокальку-ляторі CITIZEN SRP -350 SCIENTIFIC CALCULATOR

1. Натиснути клавішу mode і ввійти в меню програм.
2. Підводячи курсор, вибрати програму 1stat.
3. Натиском клавіші Enter ввійти в підменю програм.
4. Вибрати підпрограму 2reg і натиснути клавішу Enter.
5. Підвести курсор під програму 0lin і натиснути клавішу Enter.
6. Натиснути клавішу Data.
7. Натиснути клавішу Data-input , підводячи під неї курсор.
8. Натиснути клавішу Enter.
9. Попарно набрати параметри x,y, натискуючи курсор (сторінку вниз) для набору нового параметра.
10. Набравши всі параметри, натискують клавішу 2nd і після клавішу statvar.
11. Програма виконується автоматично і через декілька секунд будуть готові результати.
12. Підводячи курсор поперемінно під параметри r, a ,b, зчитуємо з дисплею необхідні параметри.
13. Підводячи курсор під знак У', натискують Enter і набирають факторні дані X і зчитують розрахункові параметри для контролю У'.
14. Примітка. Ми працюємо з програмою 0LIN, яка будує нам тренд лінійної апроксимації за способом найменших квадратів.

В результаті програмного розрахунку ми отримали:

a = -64,95611111 ; b=1,277166667; r = 0.98978362,

тобто

У'=.-64,95611111 + 1,277166667x,

що і буде надійним контролем ручного розрахунку.

Протокол №1 розрахунку по програмі

№	Оператори	Набір даних, коментарії,результат
1	ON	Натиском клавіші ON включається мікропроцесор
2	MODE	Вибір режиму роботи
3	1STAT	Підведення курсора до вибору програми
4	ENTER	Фіксація
5	2REG	Підведення курсора до вибору підпрограми
6	ENTER	Фіксація
7	0LIN	Підведення курсора до визову програми
8	ENTER	Фіксація
9	DATA	Перехід до набору даних
10	DATA-INPUT	INST
11	ENTER	X1=50 ↓
12		Y1=0.0↓
13		X2=60↓
14		У2=16,7↓
15		X3=70↓
16		У3=16,7↓
17		X4=80↓
18		У4=33,3↓
19		X5=90↓
20		У5=50↓
21		X6=100↓
22		У6=66,6↓
23		X7=110↓
24		У7=83,3↓
25		X8=120↓
26		У8=83,3↓
27		X9=130↓
28		У9=100
29	2nd,STATVAR	a= - 64.95611111;b=1.277166667
30		r= 0.989783622
31	Y'(50)	-1.097777788
32	Y'(60)	11.67388888

33	Y'(70)	24.44555554
№	Оператори	Набір даних, коментарії,результат
34	Y'(70)	24,44555554
35	Y'(80)	37.21722221
36	Y'(90)	49.98888887
37	Y'(100)	62.76055554
38	Y'(110)	75.53222220
39	Y'(120)	88.30388886
40	Y'(130)	101.0755555
41	MODE,1STAT,	ENTER,12VAR,ENTER,DATA,DATA-INPUT,
42	ENTER	Перелистати всі вихідні дані ↓
43		
44		X1=50 ↓
45		Y1=0.0↓
46		X2=60↓
47		У2=16,7↓
48		X3=70↓
49		У3=16,7↓
50		X4=80↓
51		У4=33,3↓
52		X5=90↓
53		У5=50↓
54		X6=100↓
55		У6=66,6↓
56		X7=110↓
57		У7=83,3↓
58		X8=120↓
59		У8=83,3↓
60		X9=130↓
61		У9=100
62	2nd,STATVAR	n=9; $\bar{x} = 90; \bar{y} = 49.98888889;$ Sx=27.3861
63		σx=25.81988897;Sy=35.33767269
64		σy=33.31667732;Σx=810; Σx^2=78900
65		Σy=449.9; Σy^2=32480.01; Σxy=48154

№	Оператори	Набір даних, коментарії,результат
66	MODE,1STAT,	ENTER,2REG,ENTER,0Lin,ENTER,DATA,
67		DATA-INPUT,ENTER
68		Перелистати всі вихідні дані ↓
69		X1=50 ↓
70		Y1=0.0↓
71		X2=60↓
72		У2=16,7↓
73		X3=70↓
74		У3=16,7↓
75		X4=80↓
76		У4=33,3↓
77		X5=90↓
78		У5=50↓
79		X6=100↓
80		У6=66,6↓
81		X7=110↓
82		У7=83,3↓
83		X8=120↓
19		У8=83,3↓
20		X9=130↓
21		У9=100
22	2nd,STATVAR	X' ENTER
23	X'(0)=	50.85954153
24	X'(16.7)=	63.9353604
25	X'(16.7)=	63.9353604
26	X'(33.3)=	76.93288096
27	X'(50)=	90.00869983
28	X'(66.6)=	103.0062204
29	X'(83.3)=	116.0820393
30	X'(100)=	129.1578581

На основі проведених обчислень, отримали значення S_x і S_y - вибірки величин х або у стандартного відхилення

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}} = 27.386; S_y = \sqrt{\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n-1}} = 35.337.$$

Початкові дані стандартного відхилення σ_x , σ_y для величин х або у

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}} = 25.819; \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n}} = 33.316.$$

4. Результати комп'ютерного розрахунку

На першій діаграмі «Дослідження токсичності бороцину» представлені графіки виживаємості і летальності у відсотках в залежності від дози препарату за результатами експерименту (до статистичної обробки матеріалів). З графіка ясно видно,що точка рівноваги, тобто доза речовини, яка вивчається і викликає 50% виживаємості і 50% загибелі тварин, становить

$DL_{50}(DE_{50})$ = 0.09 г/кг=90 мг/кг.

Друга діаграма ілюструє вже зрівноважену функцію У' (летальність у %) взалежності від дози препарату.Приведена апроксимуюча крива і формула

$$У' = 12,772X - 13,869 . \quad (4.1)$$

До формул, виписаних комп'ютером на графіках і діаграмах Потрібно відноситися з великою обережністю, тому що у нас відсутня інформація відносно масштабування графіка, яке комп'ютер виконує на свій розсуд.

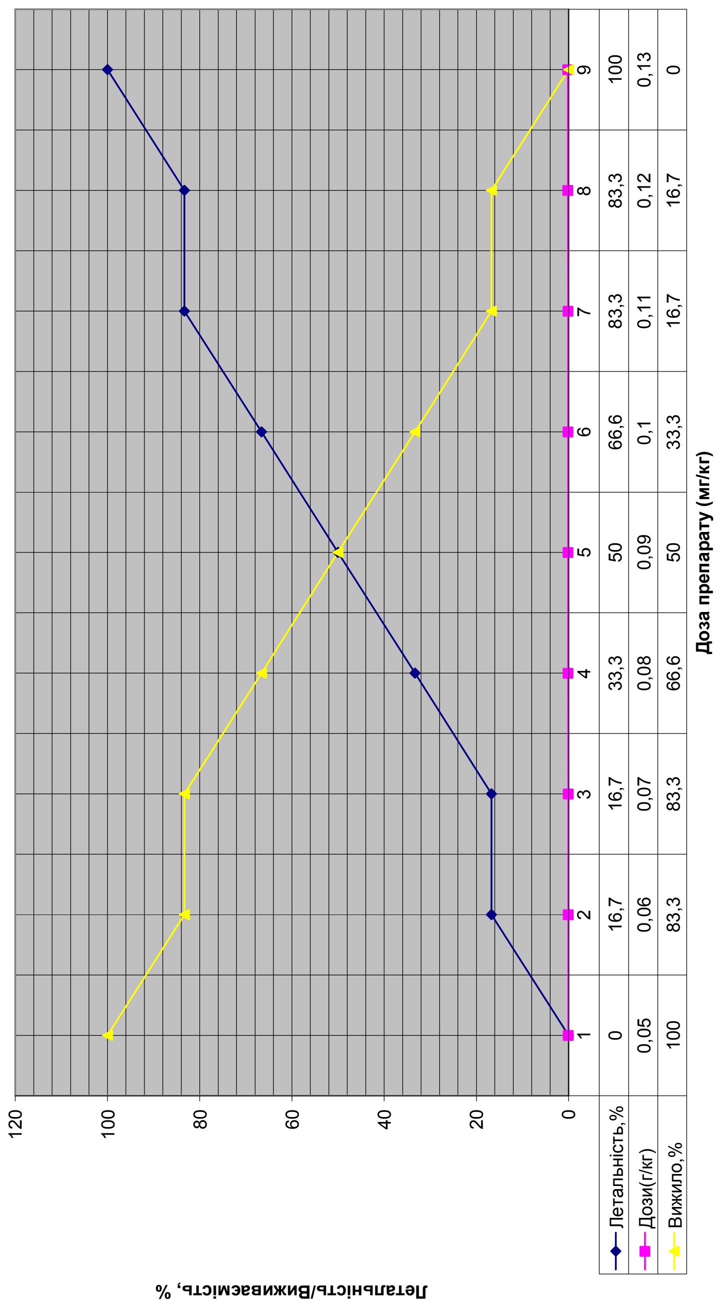
Коефіцієнт детермінованості R^2=1, що говорить про повну кореляцію з моделлю.

На діаграмі №3 приведена зрівноважена функція У' і абсолютні похибки ε.

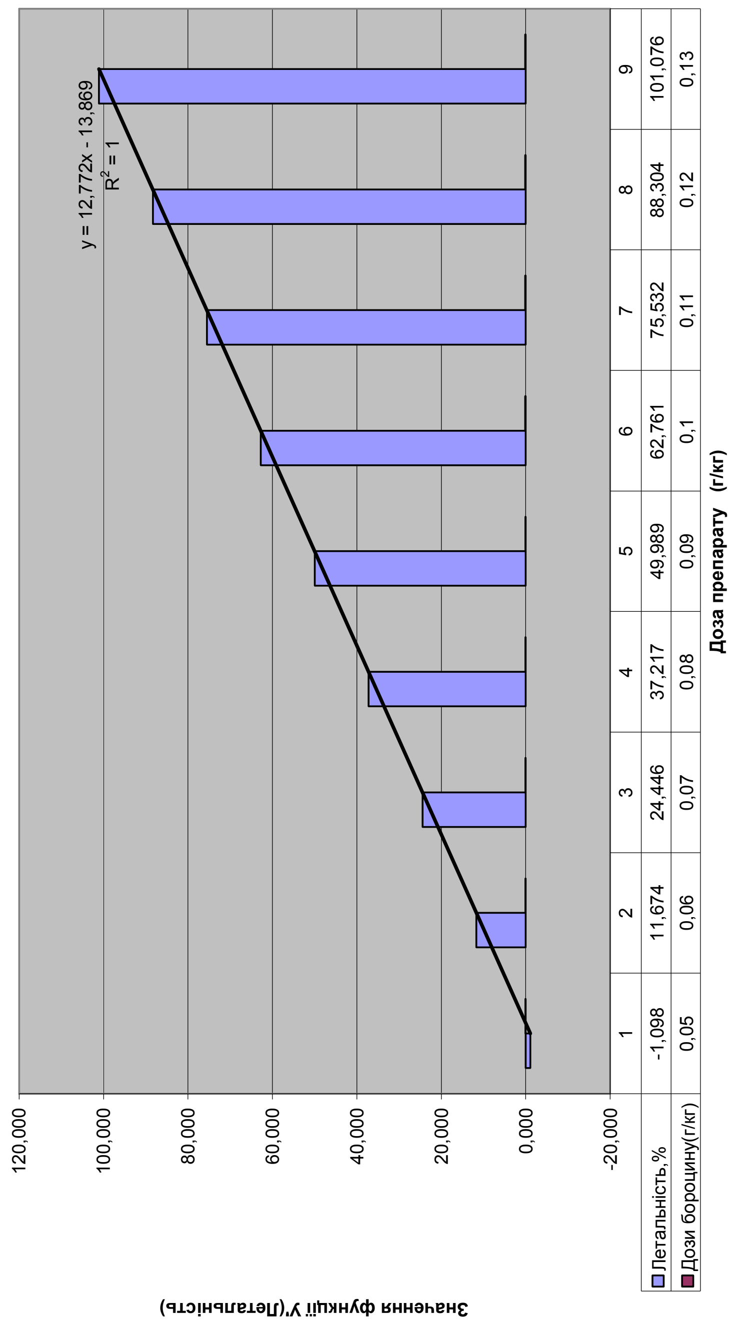
На четвертій діаграмі показана точка рівноваги зрівноваженої функції.

.

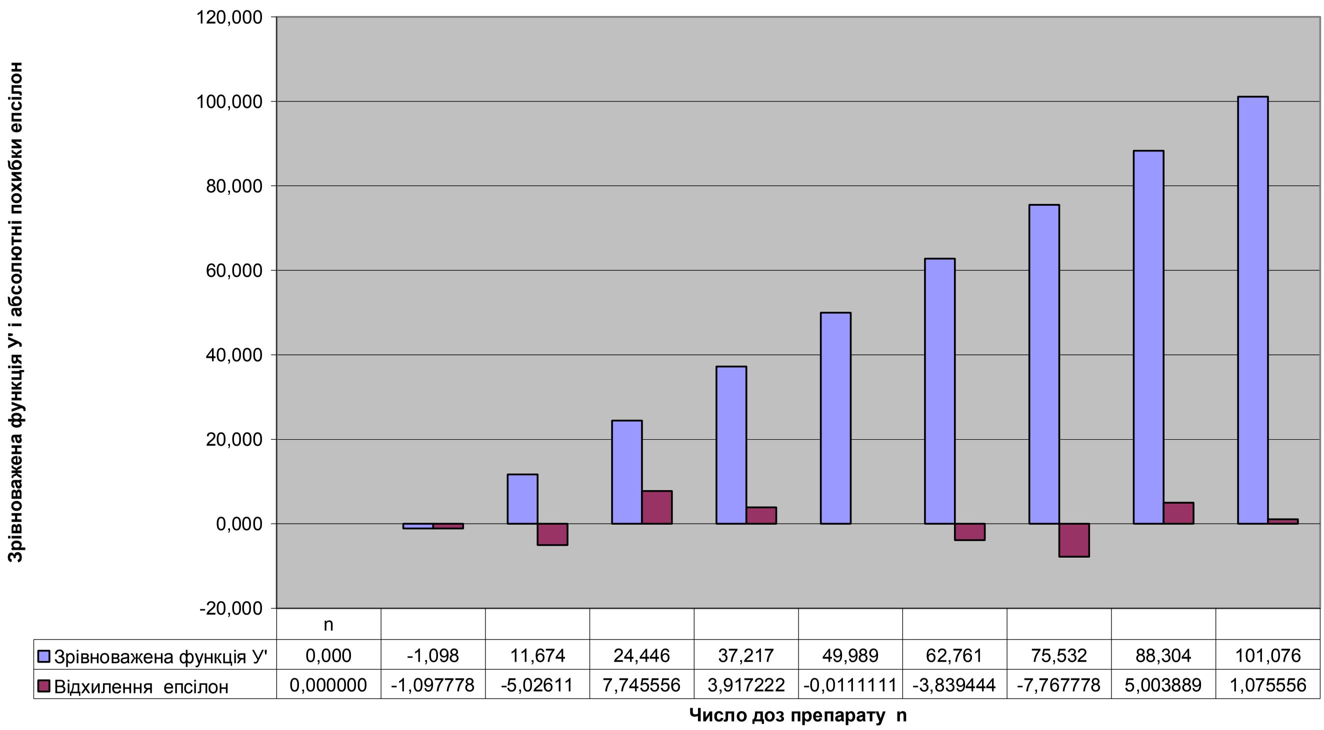
№1.Дослідження токсичності бороцину



№2.Зрівноважена функція У'(Летальність,%)

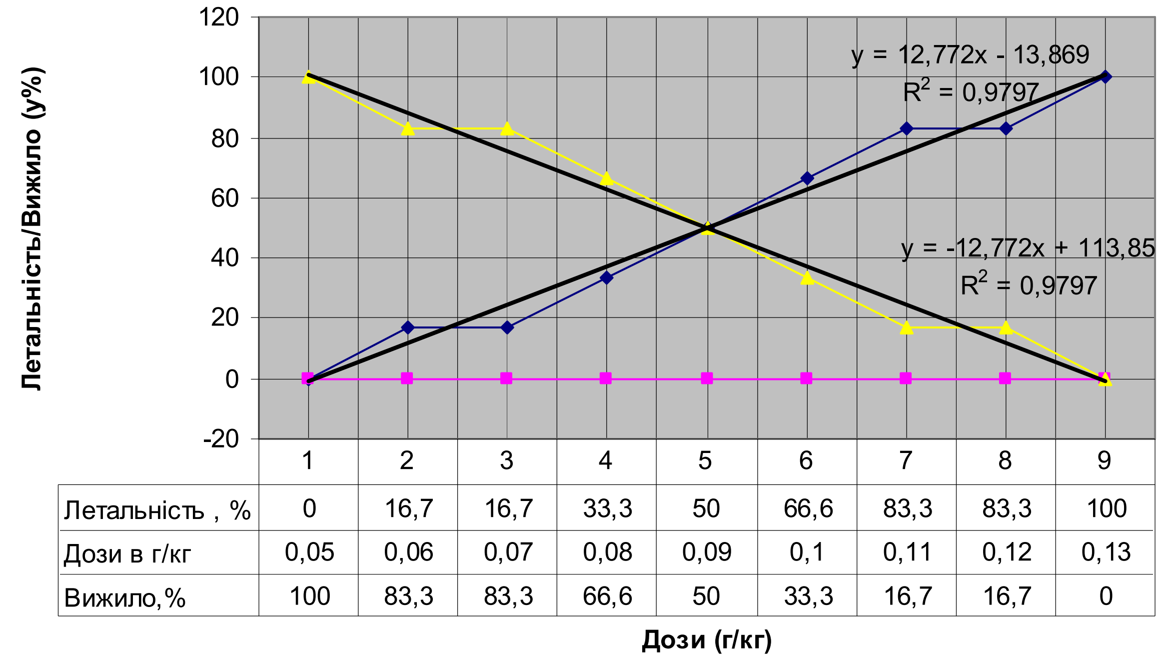


№3.Зрівноважена функція У' і абсолютні похибки епсілон



n										
Зрівноважена функція У'	0,000	-1,098	11,674	24,446	37,217	49,989	62,761	75,532	88,304	101,076
Відхилення епсілон	0,000000	-1,097778	-5,02611	7,745556	3,917222	-0,0111111	-3,839444	-7,767778	5,003889	1,075556

№4.Дослідження токсичності бороцину



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Летальність , %	0	16,7	16,7	33,3	50	66,6	83,3	83,3	100
Дози в г/кг	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13
Вижило,%	100	83,3	83,3	66,6	50	33,3	16,7	16,7	0

Результати комп'ютерного зрівноваження летальності у відсотках з дозою препарату у г/кг-перша таблиця і у мг/кг-друга таблиця.

Перша таблиця

0,001	**0,052**	У=вх+	а
0,000	**0,003**	mb	ma
0,980	**0,004**	r^2	my
337,346	7,000	Fстатистика	dfст.своб.
0,006	0,000	Регр.сум.кв	Зал.сум.к
#Н/Д	#Н/Д		
Летальн.	г/кг	Друга таблиця.	

1,277167	- 64,956111	У=вх+	а
0,069536	6,510689	mb	ma
0,980	5,386	r^2	my
337,346	7,000	Fстатистика	dfст.своб.
9786,928	**203,08072**	Регр.сум.кв	Зал.сум.к
Летальн.	мг/кг		

Результати комп'ютерного зрівноваження виживаємості у відсотках з дозою препарату у г/кг-третя таблиця і у мг/кг-четверта таблиця.

Третя таблиця

1,277167	-64,9561	У=вх+	а
0,069536	6,510689	mb	ma
0,979672	5,386235	r^2	my
337,3461	7	Fстатистика	dfст.своб.
9786,928	203,0807	Регр.сум.кв	Зал.сум.к
Летальн.	мг/кг		

Четверта таблиця

- 1,277167	164,9339	У=вх+	а
0,069536	6,510689	mb	ma
0,979672	5,386235	r^2	my
337,3461	7	Fстатистика	dfст.своб.
9786,928	203,0807	Регр.сум.кв	Зал.сум.к
Вижило	мг/кг		

Загальна статистика виживаємості

Столбец1		*Столбец2*	
Среднее	49,98889	Среднее	90
Стандартная ошибка	11,77922	Стандартная ошибка	9,128709
Медиана	50	Медиана	90
Мода	83,3	Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	35,33767	Стандартное отклонение	27,38613
Дисперсия выборки	1248,751	Дисперсия выборки	750
Эксцесс	-1,55301	Эксцесс	-1,2
Асимметричность	0,00091	Асимметричность	0
Интервал	100	Интервал	80
Минимум	0	Минимум	50
Максимум	100	Максимум	130
Сумма	449,9	Сумма	810
Счет	9	Счет	9
Наибольший(1)	100	Наибольший(1)	130
Наименьший(1)	0	Наименьший(1)	50
Уровень надежности(95,0%)	27,16294	Уровень надежности(95,0%)	21,05084
V2:V10	Вижило	W2:W10	Дози мг/кг

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Розроблені теоретичні основи представлення результатів експериментальних досліджень встановлення токсичності препарату апроксимацією поліномом першого степеня за способом найменших квадратів.
2. Розроблена повна оцінка точності всіх елементів зрівноваження, включаючи середню квадратичну похибку одиниці ваги, середні квадратичні похибки апроксимуючих коефіцієнтів, і середні квадратичні похибки апроксимуючої функції.
3. Побудована математична модель за способом найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула

$$Y' = a + bx = -64.9561111 + 1.277167$$

залежності летальності у відсотках **У'** від дози бороцину у мг/кг **X**.

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає 5,386 % летальності в залежності від дози препарату;
   - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a $m_a = 6{,}1766$
   - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b при x $m_b = 0{,}0695$
   - середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_φ

3,3106
2,7523
2,2710
1,9254
1,7954
1,9254
2,2710
2,7523
3,3106

6. Розроблена методика повної статистичної обробки матеріалів на програмованому калькуляторі **CITIZEN SRP-350 SCIENTIFIC CALCULATOR.**
7. Розроблена методика повної статистичної обробки матеріалів на персональному коп'ютері.
8. Виконаний порівняльний аналіз обробки матеріалів в ручному обрахунку, на програмованому мікрокалькуляторі і персональному комп'ютері, що підтвердило повну автентичність результатів..
9. Розроблена теорія контрольних обчислень.

Література

1. **Грицик О.Б.**, Назаренко І.Л. Лабораторні дослідження комбінованих антгельмінтиків / Вісник Білоцерківського державного аграрного університету: Зб. наук. праць. – Біла Церква, 1998. – Вип. 7.-Ч. 1. – С.16-18.
2. Деклараційний патент 52516 А Україна, А61К31/00. Препарат "Комбітрем" для лікування фасціольозу великої і дрібної рогатої худоби / А. В. Березовський, О.Б. Грицик – 2002086578; Заявл. 07.08.02; Опубл. 16.12.02, Бюл. №12.
3. Романюк В.Л., **Грицик О.Б.** Вплив цеолітовмісних туфів на показники мінерального обміну телят /Вісник Білоцерківського державного аграрного університету: Зб. наук. праць. – Біла Церква, 2004. – Вип. 28. – С.198 – 204.
4. Березовський А.В., **Грицик О.Б.** Експериментальне вивчення ефективності комбітрему на ранній стадії фасціольозної інвазії / Ветеринарна медицина: Між від. тем. зб. – Вип.85. – Харків, 2005. – С. 110 – 111.
5. Доклінічні дослідження ветеринарних лікарських засобів/ за ред. І.Я. Коцюмбаса. – Львів: Тріада плюс, 2006 – 360 с.

6.Математика:Підручник/О.М.Афанасьєва,Я.С.Бродський,О.Л. Павлов, А.К.Сліпенко. – 2-ге видання, стер. – К.: Вища школа, 2002, - 447 с.

7.Соколенко О.І.Вища математика.Підручник.– К.:Академія,2003,432 с.

8.Козира М.В. Еелементарна та вища математика: Довідник для учнів, вступників до вузів, студентів. – Тернопіль: СМП „Астон",2004,- 100 с.

9.Літнарович Р.М. Основи математики. Функції і графіки. Навч.посібн. Ч.1. МЕГУ, Рівне, 2006. – 15 с.

10.Літнарович Р.М. Основи математики.Дослідження впливу ситуатив-ної тривожності на характеристики пам'яті.Навчальний посібник для студентів педагогічного факультету.Частина 2.МЕГУ,Рівне,2006,-27с.

11.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психологічного експерименту логарифмічною функцією.Частина 3.МЕГУ, Рівне,2006,-19с.
12.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психо-лого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією.
Частина 4.МЕГУ,Рівне,2006,-17с.
13.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психо-лого-педагогічного експерименту степеневою функцією.Частина 5.МЕГУ,Рівне,2006,-17с.
14.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психо-лого-педагогічного експерименту гіперболічною функцією.
Частина 6.МЕГУ,Рівне,2006,18с.
15.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів пси-холого-педагогічного експерименту поліноміальною функцією.Частина 7.МЕГУ,Рівне,2006,-20с.
16.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психологічного експерименту дробово-лінійною функцією.Частина 8.МЕГУ,Рівне,2006,-23с.
17.Літнарович Р.М.Основи математики.Дослідження результатів психологічного експерименту інвертованою залежністю гіпербо-лічного типу.Частина 9.МЕГУ,Рівне,2006,-21с.
18.Літнарович Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого – педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Частина 1.Побудова істинної моделі.МЕГУ, Рівне, 2006, -46 с.
19.Літнарович Р. М. Лінійна алгебра. Елементи теорії визначників. Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, 2006, – 72с.
20.Літнарович Р. М. Алгебра матриць.Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, 2007,-112 с.
21. Літнарович Р.М. Застосування способу найменших квадратів до обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів.Частина 2.Курс лекцій.МЕГУ, Рівне, 2007,-110с.

Додатки

Додаток 1. Розрахункова таблиця

0	**50**	1	2500,000	0,000	0,000
16,7	**60**	1	3600,000	1002,000	278,890
16,7	**70**	1	4900,000	1169,000	278,890
33,3	**80**	1	6400,000	2664,000	1108,890
50	**90**	1	8100,000	4500,000	2500,000
66,6	**100**	1	10000,00	6660,000	4435,560
83,3	**110**	1	12100,00	9163,000	6938,890
83,3	**120**	1	14400,00	9996,000	6938,890
100	**130**	1	16900,00	13000,000	10000,00
449,9	**810**	9	78900,00	48154,000	32480,01
H	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
У%	**Хмг/кг**	**X0**	**X^2**	**Y*X**	**Y^2**

Додаток 2. Розрахунок коефіцієнта кореляції

Розраху	нок коефіці	єнта А=	[XY]-[X][Y]/n=7663,0
Розраху	нок коефіці	єнта В=	[X^2]-[x]^2/n=6000
Розраху	нок коефіці	єнта С=	[Y^2]-1/n*[Y]^2=9990,01
Розраху	нок коефіці	єнта коре	ляції r^2=A^2/BC=0,97967
	r=√r^2=	0,98978	

Додаток 3. Вільні члени нормальних рівнянь

[УХ]= 48154,0
[У]=449,9

Додаток 4. Розрахунок коефіцієнтів апроксимуючого поліному

Розраху	нок коефіці	єнта b	
	b=A/B=	1,277167	
Розраху	нок коефіці	єнта a	
	a=1/n([Y]-b[X])=		-64,9561

Додаток 5. Нами виведена формула за результатами теоретичних досліджень

Формула	побудованої моделі	математи	чної
Y'=a+bX=	**- 64,95611**	**+1,277167**	**X**

Додаток 6. Оцінка точності функції φ y'

$$m_{\varphi}=\sqrt{m_b^2\left[X_{cn.}-\frac{1}{n}\left[X\right]\right]^2+\mu^2/n}$$

mφ=

3,3106
2,7523
2,2710
1,9254
1,7954
1,9254
2,2710
2,7523
3,3106

Додаток 7. Контроль зрівноваження

Контроль	зрівноважен	ня	
[Y^2]-	b[YX]-	a[Y]=	203,080722
[εε]=	203,080722		

Додаток 8. Оцінка точності зрівноважених елементів

Середня	квадратична похибка одиниці ваги			
μ=√(	**[εε]/(n-k))=**		5,38624	
Середня	квадратична похибка коефіцієнта a			нта b
mb=	μ√(1/B)=	0,0695		
Се редня квадратична похибка коефіцієнта в			коефіціє	нта a
ma=	μ√([x^2]/B*n)	6,1766		
Вага	коефіцієнта	b		
Pb=	B=	6000		
Вага	коефіцієнта	a		
Pa=	B*n/[X^2]	0,6844		

Літнарович Руслан Миколайович,

доцент, кандидат технічних наук

Грицик Олександр Борисович,

доцент, кандидат ветеринарних наук

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ВСТАНОВЛЕННЯ РІВНЯ ТОКСИЧНОСТІ ПРЕПАРАТІВ

Апроксимація поліномом першого степеня

Наукове видання

Комп'ютерний набір, Верстка і макетування та дизайн в редакторі Microsoft® Office® Word 2003 Р.М.Літнарович

Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет

ім.акад. Степана Дем'янчука

33027,м.Рівне,вул.акад. С.Дем'янчука,4.